

ESTUDI DEL COMPORTAMENT ESTÀTIC I DINÀMIC DEL TUB DE DESCÀRREGA DELS COMPRESSORS HERMÈTICS

per

MARIA ANTÒNIA DE LOS SANTOS I LÓPEZ

Departament d'Enginyeria Mecànica de l'ETSEIB

Treball dirigit pel Dr. Salvador Cardona i Foix. Departament d'Enginyeria Mecànica de l'ETSEIB.

SUMMARY

The discharge tube of reciprocating compressors used in refrigeration is the main way of transmission of vibrations from the mechanical group to the shell. A convenient change in the geometry of the tube would reduce the vibration transmission to the shell and hence the noise radiated by compressor. In this paper, a mathematical model is developed which allows the study of static and dynamic behaviour of new geometrical designs of the discharge tube which reduce vibration transmission, in order to predict the tube degree of strain due to the displacements of its ends during the starting and stopping processes of the compressor and due to resonance effects during the working period.

The analysis procedure is that of Finite Elements which allows a good accuracy in the static approach and in the search of the lower vibration modes.

INTRODUCCIÓ

Els compressors hermètics emprats en refrigeració són constituïts per un grup mecànic—compressor i motor— suspès per mitjà d'elements elàstics, usualment molles helicoidals, a l'interior d'una carcassa hermètica unida al circuit refrigerant per un conducte d'admissió i un altre de compressió.

* Aquest treball va obtenir l'accèssit al Premi per a Estudiants de la Societat Catalana de Ciències, en la seva Secció d'Enginyeria, de la convocatòria del 23 d'abril de 1986.

El grup mecànic aspira el fluid refrigerant de l'interior de la carcassa i l'impulsa a l'exterior per mitjà d'un tub metàl·lic que rep el nom de tub de descàrrega o tub de compressió. Aquest tub és unit per un extrem al grup mecànic i per l'altre a la carcassa. Quan el compressor és en funcionament, la vibració produïda pel grup mecànic, a causa de la dinàmica del sistema biela-maneta, de la del gas refrigerant i de la de les vàlvules, es transmet a la carcassa per diferents camins: les molles de suspensió, el tub de descàrrega, el gas refrigerant i l'oli de lubricació. Aquesta vibració provoca d'una banda, un soroll radiat per la carcassa i, d'una altra, es transmet al moble del refrigerador a través del circuit refrigerant i del mateix suport del compressor.

Anàlisis dutes a terme en un compressor de la gamma mitjana de fabricació de l'empresa Unidad Hermética S.A.¹ han demostrat que el tub de descàrrega és el camí més eficaç en la transmissió de les vibracions d'alta freqüència del grup mecànic a la carcassa. Aquesta vibració d'alta freqüència és la component més important en el soroll radiat pel compressor.

Una tasca que cal dur a terme, tendent a disminuir els nivells de vibració i soroll d'aquests compressors, és estudiar la conveniència d'introduir modificacions sobre alguns de llurs elements.

Estudis realitzats² han posat de manifest que aquestes modificacions han de tendir a augmentar l'esmoreïment i a disminuir la rigidesa i densitat modal del tub de descàrrega. La primera solució porta a introduir esmoreïment per recobriments del tub, i la segona a variar-ne la geometria tot fent-lo més curt i més prim.

Si es volen portar a terme modificacions de la geometria del tub, cal comprovar, en primer lloc, que els nous dissenys suportin la fatiga introduïda pel funcionament normal del compressor. Aquesta comprovació comporta de fer un estudi, que pot ésser considerat estàtic, per a determinar si el tub és capaç de suportar sense trencar-se els esforços provocats per l'arrencada i parada del motor, i un estudi dinàmic per a determinar si les freqüències pròpies més baixes del tub són properes a la de funcionament del motor i als seus primers harmònics, aproximadament: 50, 100, 150 Hz, ja que si fos així, el tub podria entrar en ressonància i trencar-se per fatiga en un curt termini de temps.

En aquest treball ha estat desenvolupat un model matemàtic per a fer l'estudi estàtic i dinàmic del tub de descàrrega, basat en el mètode dels elements finits.

MODELITZACIÓ D'UNA ESTRUCTURA

1. *Equivalència energètica i discretització*

El mètode dels elements finits és basat en el concepte de representar

Les matrius de rigidesa i d'inèrcia de cada element, que expressen les relacions força-desplaçament i força-acceleració en cadascun dels nusos, s'obtenen aplicant el mètode dels treballs virtuals de d'Alembert. Les expressions d'aquestes matrius són:

$$M = \int_v \rho a^T a dV \quad (3)$$

$$K = \int b^T \mathcal{K} b dV \quad (4)$$

on \mathcal{K} és la matriu que relaciona esforços amb deformacions, donada per les equacions de l'elasticitat.

Discretitzada l'estructura en estudi, cal determinar la matriu de rigidesa i d'inèrcia dels elements escollits, que en aquest treball, per la geometria del tub de descàrrega, són barres rectes de secció constant.

2. Matriu de rigidesa per a un element barra de secció constant.

Per a establir les matrius de rigidesa i d'inèrcia de l'element considerat, hom suposa que aquest és una barra recta de secció constant capaç de resistir forces axials, forces tallants, moments flectors i moments de torsió (Fig. 2) en cadascun dels seus extrems, que són els nusos de l'element.

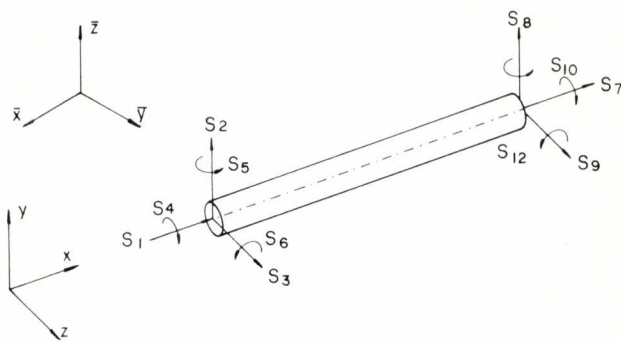


Fig. 2. Esquema de l'element barra amb les forces i moments que actuen sobre els seus dos nusos.

La nomenclatura emprada a la Fig. 2 correspon a:

S_1 i S_7 : Forces axials; S_2 , S_3 , S_8 i S_9 : Forces tallants; S_5 , S_6 , S_{11} i S_{12} : Moments flectors; S_4 i S_{10} : Moments de torsió; U_1 , U_2 , U_3 , U_7 , U_8 , U_9 : Translacions; U_4 , U_5 , U_6 , U_{10} , U_{11} i U_{12} : Rotacions.

Els graus de llibertat de la barra són 12, sis per a cada nus, que corres-

ESTUDI ESTÀTIC DEL TUB DE DESCÀRREGA

1. *Canvi de base.*

Per a realitzar l'estudi estàtic del tub de descàrrega utilitzant el mètode dels elements finits, cal en primer lloc discretitzar-lo. A causa de la seva configuració, és adequat de dividir-lo en trams rectes de longitud variable, segons la curvatura de la zona del tub que hom modelitza.

Cadascun d'aquests trams és una barra de secció circular de la qual hom coneix les matrius de rigidesa i d'inèrcia expressades en una base local, definida per la geometria del tram corresponent.

Per tal de poder treballar conjuntament amb tots els elements, cal referir totes les matrius de rigidesa i d'inèrcia a una base comuna, que és anomenada base fixa, i fer el corresponent canvi de base.

Si hom anomena λ la matriu de canvi de base d'un element, la matriu de rigidesa d'aquest a la base fixa pot ésser expressada:

$$\bar{\mathbf{K}} = [\lambda] [\mathbf{K}] [\lambda]^T \quad (7)$$

matriu d'ordre 12×12 que es pot subdividir en submatrius de la forma:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

on \mathbf{K}_{ij} són submatrius de 6×6 elements.

2. *Matriu de rigidesa de tot el sistema.*

A partir de les matrius de rigidesa de cada element es construeix la matriu de rigidesa de tot el sistema, superposant les de tots els elements.

La matriu \mathbf{K} de l'element i es pot expressar de la forma:

$$\mathbf{K}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}(i) & \mathbf{K}_{12}(i) \\ \mathbf{K}_{21}(i) & \mathbf{K}_{22}(i) \end{bmatrix} \quad (9)$$

La superposició de les matrius de tots els elements, des de $i = 1$ fins a n , essent n el nombre d'elements en què s'ha dividit el sistema, dóna lloc a la matriu de rigidesa:

i tallants significatives en la teoria de bigues rectes, que corresponen a les deformacions normals segons l'eix de la barra i a les tallants segons un pla perpendicular a l'eix.

Les distribucions d'esforços normals i tallants per a una biga, són els que es mostra a la fig. 3, de manera que serà a la perifèria on les deformacions que provocaran aquestes tensions seran màximes, i, per tant, el càlcul de les deformacions ha estat fet en els punts de la perifèria tot cercant el valor màxim de tots ells.

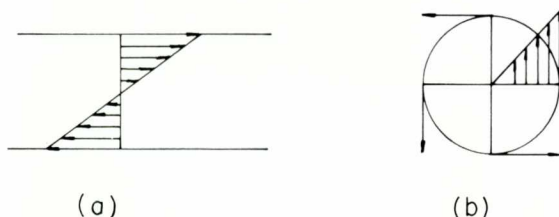


Fig. 3. a) Distribució d'esforços normals. b) Distribució d'esforços tallants.

ESTUDI DINÀMIC DEL TUB DE DESCÀRREGA

La teoria de sistemes de N graus de llibertat, pot ésser aplicada per a fer l'estudi dinàmic del tub, és a dir per a conèixer les seves freqüències pròpies i els modes propis corresponents. Basant-se en aquesta teoria,⁵ per a un sistema amb N graus de llibertat i amb esmorteïment negligible, l'equació del moviment és:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = 0 \quad (13)$$

que pot ésser reescrita:

$$\{\ddot{q}\} + [D] \{q\} = 0 \quad (14)$$

on

$$[D] = [M]^{-1} [K] \quad (15)$$

essent $[D]$ la matriu dinàmica del sistema.

Hom pot demostrar que els valors propis de la matriu dinàmica $[D]$ corresponen als quadrats de les freqüències pròpies del sistema –freqüències de les seves oscil·lacions lliures– i que els vectors propis corresponen als modes propis de vibració –formes de vibrar el sistema a les freqüències pròpies–.

La modelització per elements finits porta a determinar la matriu d'inèrcia per a tot el sistema a partir de les corresponents matrius d'inèrcia de cada element. El procés de construcció de la matriu M és idèntic al realitzat per a les matrius de rigidesa, tenint finalment una matriu tridiagonal i simètrica.

Obtinguda la matriu d'inèrcia, hom troba la matriu dinàmica, a la qual són aplicades les condicions de contorn i es diagonalitza.

1. Condicions de contorn i diagonalització

Les freqüències pròpies d'un sistema depenen de quines són les seves condicions de contorn. El tub de descàrrega es troba encastat per un extrem a la carcassa del compressor i per l'altre al grup mecànic, determinant això les condicions de contorn.

En el funcionament real del compressor, el bloc motor es troba sotmès a un moviment provocat pel funcionament del motor; aquest moviment afectarà la dinàmica del tub de descàrrega, però com que la massa del bloc motor és molt més gran que la del tub, el bloc no es veurà sensiblement afectat pel moviment del tub.

La situació del sistema tub en condicions de funcionament del compressor queda representada de forma molt simplificada per la fig. 4.

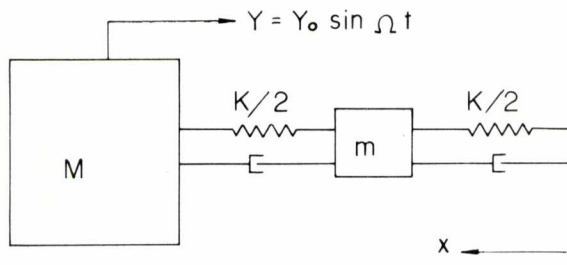


Fig. 4. Representació simplificada del tub en condicions de funcionament del compressor.

La condició de desplaçament predeterminat en el punt d'unió amb el bloc mecànic, i la de desplaçament zero en el punt d'encastament amb la carcassa, serà representada per l'equació:

$$\begin{aligned}
 [M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} &= \{\overline{F}\} \\
 q_i &= q_i(t)
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

on $q_i = q_i(t)$ representa conèixer els desplaçaments d'alguns punts.

Expressant l'equació anterior en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \\ \bar{q}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \\ \bar{q}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \bar{F}_3 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

on $\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3, \bar{q}_3$ són coneguts.

Desenvolupant convenientment l'equació (17), hom obté.

$$M_{22} \bar{q}_2 + K_{22} \bar{q}_2 = F(t) \quad (18)$$

Les matrius que representen el sistema són M_{22} i K_{22} , i la matriu dinàmica que cal diagonalitzar és $M_{22}^{-1} K_{22}$.

En aquest treball la matriu que hom ha diagonalitzat ha estat $K_{22}^{-1} M_{22}$ perquè el mètode emprat per a diagonalitzar és un mètode iteratiu que permet de trobar els valors propis successius ordenats de més grans a més petits. El model que hom ha fet servir dóna una bona aproximació per a freqüències baixes, i són aquestes les que interessen en aquest treball; per tant, si hom diagonalitza la matriu D^{-1} per aquest mètode, obté els seus valors propis més alts, que corresponen als més baixos de la matriu D .

VALIDESA DEL MODEL MATEMÀTIC

Per tal de considerar vàlid el model matemàtic desenvolupat per a l'estudi estàtic i dinàmic d'un tub, ha estat aplicat a un tub recte de secció constant, del qual són conegudes⁶ les deformades per a diversos estats de càrrega i condicions de contorn i les freqüències pròpies per a diverses condicions de contorn.

1. Deformada i freqüències pròpies

Les condicions de contorn imposades per a determinar la deformada són:

- Desplaçaments d'un extrem zero.
- Desplaçaments de l'altre extrem coneguts.

Segons la bibliografia, la deformada de la fibra neutra que correspon a un tub recte amb les condicions de contorn esmentades és representada a la fig. 5.

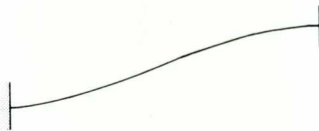


Fig. 5. Deformada teòrica d'un tub recte.

De la integració de l'equació del moviment per a un tub recte hom obté les seves freqüències pròpies. Aquestes són donades per l'expressió:

$$v_o = C \sqrt{\frac{EI}{\mu l^2}} \quad (19)$$

on C és una constant diferent per a cada freqüència pròpia i per a diferents condicions de contorn. E: mòdul de Young. μ : massa del tub per unitat de longitud. l: longitud del tub. I: moment d'inèrcia de la secció.

Els models propis corresponents a les tres primeres freqüències pròpies amb les condicions de contorn d'encastament en els seus extrems, són representats a la fig. 6.

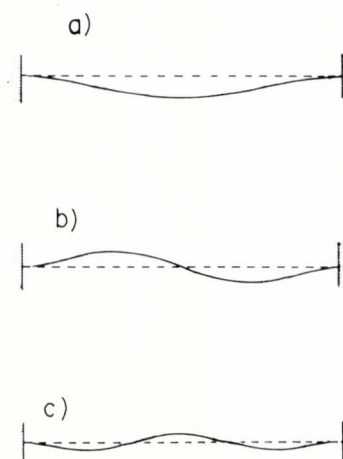


Fig. 6. Modes propis corresponents a les tres primeres freqüències pròpies per a un tub recte amb els extrems encastats.

Si hom aplica el model a un tub recte de 20 cm de llarg i de secció circular amb un diàmetre interior d'1.9 mm i un diàmetre exterior de 3.27 mm, les freqüències pròpies obtingudes per l'expressió (19) i les obtingudes aplicant el model són:

	Model	Teòriques
Primera	435 Hz	436 Hz
Segona	1.195 Hz	1.202 Hz
Tercera	2.336 Hz	2.351 Hz

La deformada i els models propis corresponents a la primera, segona i tercera freqüència pròpia són representats a la fig. 7.

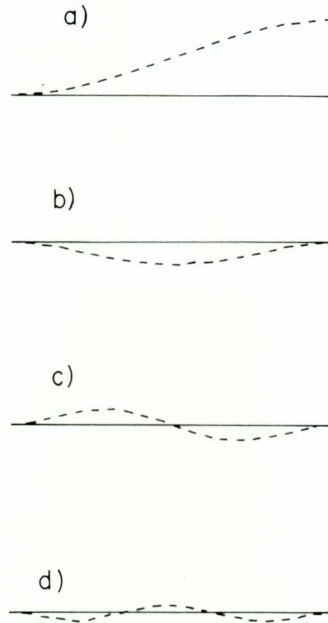


Fig. 7. Resultats obtinguts aplicant el model a un tub recte: a) Deformada. b) Primer mode propi. c) Segon mode propi. d) Tercer mode propi.

RESULTATS OBTINGUTS

1. Tub actual.

El mode ha estat aplicat al tub actual, que ha estat discretitzat amb 19 elements, com mostra la fig. 8a.

La deformada del tub ha estat obtinguda per a uns desplaçaments de l'extrem unit al motor: $x = y = z = 3 \text{ mm}$ $\Theta_z = 0,05 \text{ rad}$. La fig. 8b mostra el resultat obtingut.

En la fig. 8c apareix la gràfica de les deformacions normals al llarg del tub. La tensió màxima es produeix al setè element, que correspon a un colze del tub.

Les figs. 9a, 9b i 9c representen respectivament les modes propis corresponents a la primera (155 Hz), segona (234 Hz) i tercera (367 Hz) freqüències pròpies obtingudes pel model.

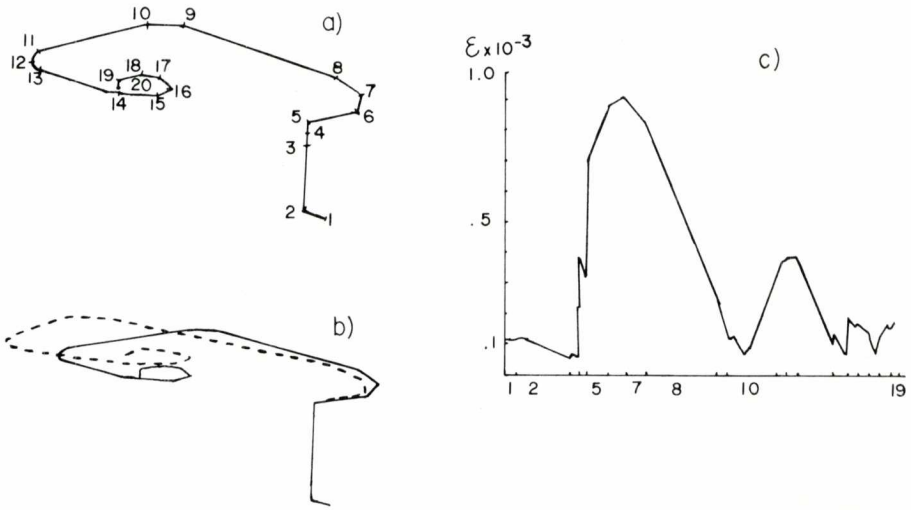


Fig. 8. Resultats obtinguts per al tub actual: a) Discretització. b) Deformada de la fibra neutra. c) Distribució de deformacions normals al llarg del tub.

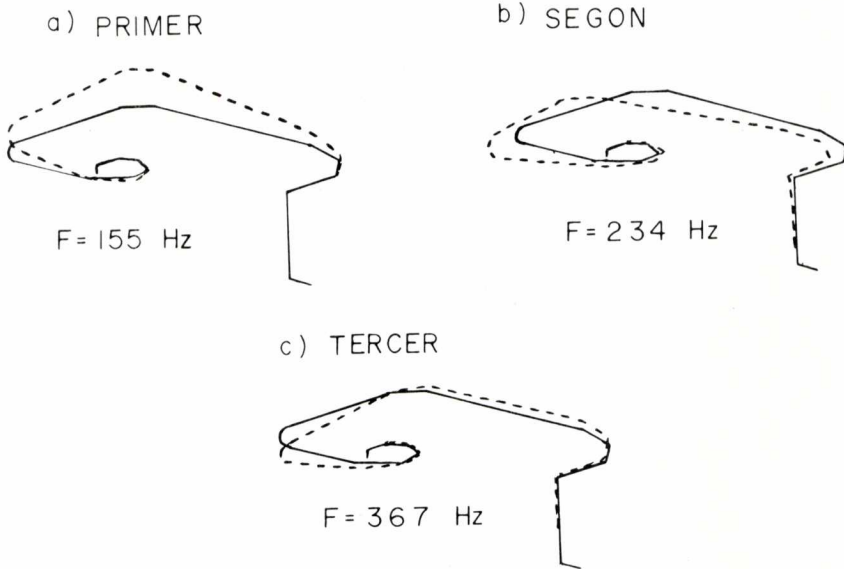


Fig. 9. Modes propis obtinguts pel tub actual: a) Primer mode. b) Segon mode. c) Tercer mode.

2. Tub més prim i curvatura més constant

El model ha estat aplicat, entre altres, a un disseny que correspon a un tub més prim i més curt que l'actual i amb curvatura més constant. L'estudi dinàmic ha donat com a resultats les freqüències pròpies i els models propis que hom mostra a la fig. 10.

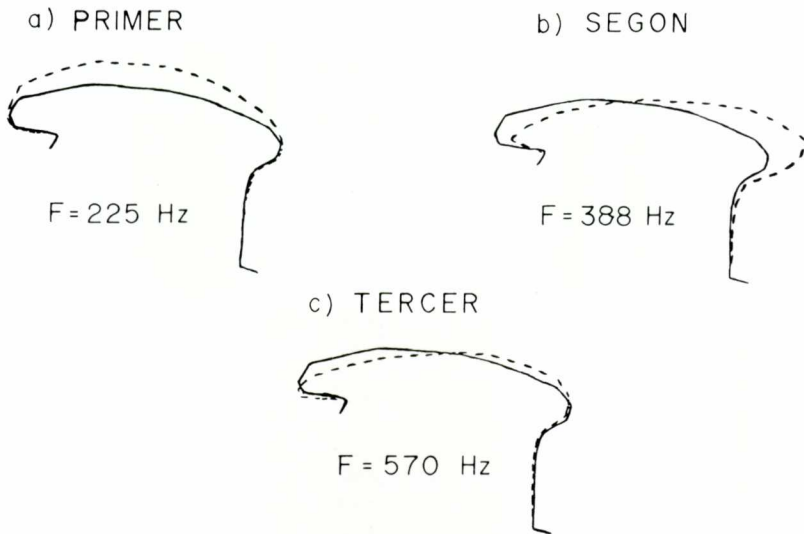


Fig. 10. Resultats obtinguts pel tub més prim i de curvatura més constant. a) Primer mode propi. b) Segon mode propi. c) Tercer mode propi.

3. Mesures experimentals

Les freqüències pròpies més baixes han estat determinades experimentalment mitjançant un transductor electromagnètic que capta el moviment del tub, que és posteriorment analitzat en un analitzador d'espectres.

L'assaig consisteix a donar unes condicions inicials al tub de descàrrega tot mantenint el motor parat i deixant que el tub oscil·li lliurement. Les tres primeres freqüències pròpies obtingudes són: 128 Hz, 195 Hz, 255 Hz.

CONCLUSIONS

1. Conclusions sobre el model matemàtic.

1a. La validesa del model matemàtic, tant per a l'obtenció de la defor-

mada, com per a la de les freqüències pròpies i modes propis, queda comprovada en ésser aplicat a un tub recte i obtenir uns resultats que coincideixen amb els que prediu la teoria.

1b. L'aplicació del model al sistema que ha estat estudiat dona uns resultats acceptables, però les freqüències pròpies, comparades amb les obtingudes experimentalment són més altes. La raó prové fonamentalment de tres causes:

I. Les conclusions de contorn imposades suposen en el cas dinàmic uns encastaments completament rígids, la qual cosa fa que hom estigui considerant el sistema amb menys flexibilitat de la que realment té. En bona aproximació, hom pot considerar l'encastament amb el motor completament rígid, però la soldadura del tub amb la carcassa fa que existeixi una certa flexibilitat no tinguda en compte en les condicions de contorn aplicades.

II. Aixafaments en alguns elements que els poden donar una flexibilitat més gran que la considerada en suposar que tots ells són de secció circular.

III. La soldadura entre el tub de descàrrega i el tub d'unió amb la carcassa, pot donar una flexibilitat més gran al sistema que la considerada.

1c. Per a millorar el model caldrà tenir en compte els tres punts de l'apartat 1b.

Considerar l'efecte de les soldadures és molt difícil perquè llur geometria precisa és desconeguda.

Les condicions de contorn poden ésser millorades modelitzant un tros de carcassa com a una placa amb unes certes condicions de contorn. Això donaria una flexibilitat més gran al tub que faria baixar les freqüències.

2. *Conclusions dels resultats*

2a. Deformacions

- Per a tots els tubs als quals ha estat aplicat el model, hom obté que les deformacions normals de tracció-compensió són per a tots els elements del tub molt més grans que les tallants.

- Per a uns desplaçaments de l'últim nus més grans que els que tindran lloc realment, hom obté que en cap cas no s'ha arribat al límit elàstic del material.

- Per a un mateix tub, hom observa una variació important de les deformacions normals a tracció-compensió, essent als colzes dels tubs on les deformacions són més grans.

- Comparativament d'un tub a un altre hom observa que les deformacions normals són més petites com més prim és el tub.

- Cal concloure que si hom vol que el material suportï menys tensió i

no hi hagi acumulacions de tensió en alguns punts, els dissenys hauran de suavitzar els colzes i fer més prim el tub.

● Quant a les deformacions tallants, la comparació entre els dos dissenys de tub prim i amb diferents perfils, palesa que són per a tots dos molt petites. Les deformacions normals són lleugerament més grans per al tub més circular en el tram del colze que correspon al cinquè element. Aquest efecte podria disminuir donant-li en aquest punt una curvatura més petita.

2b. Freqüències pròpies.

I. Les primeres freqüències pròpies obtingudes per al tub de perfil igual que l'actual però més prim, són més baixes que no les del tub actual. En disminuir la secció, es disminueix la massa i la rigidesa del sistema. La disminució de massa fa pujar les freqüències, i la disminució de rigidesa les fa baixar. En aquest cas han baixat, la qual cosa vol dir que la disminució de la rigidesa és més important que la disminució de la massa. La freqüència més baixa obtinguda és de 130 Hz. Cal recordar que el model emprat dona freqüències pròpies més altes que les reals; això vol dir que la primera freqüència pròpia d'aquest tub pot estar molt a prop dels 100 Hz, la qual cosa provocaria que entrés en ressonància i en poc temps el tub es trenqués. Per tant, encara que el tub aguanti les deformacions provocades pel màxim desplaçament del tub, possiblement es trencarà per efectes de ressonància.

II. Per al tub de perfil més circular, més prim i més curt, hom obté que les freqüències pròpies són més altes que en els casos anteriors, ja que la primera d'elles és de 225 Hz.

En fer-lo més prim i més curt hom n'ha disminuït la massa i n'ha augmentat la rigidesa; tots dos efectes provoquen l'augment de les freqüències pròpies, la qual cosa fa que sigui un transmissor d'altres freqüències més dolent i que les més baixes s'allunyin dels 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz. Com en el cas anterior, la freqüència pròpia de 225 Hz serà en realitat més baixa, però no baixarà tant com per a estar prop dels 150 Hz, i per tant hom pot dir que no presentarà problemes de ressonància.

3. Conclusions generals.

I. Cal modificar el model discretitzat amb més elements i canviant les condicions de contorn tot afegint un altre element a l'extrem d'unió amb la carcassa. Aquest pot ésser una placa circular a la qual hom permeti la flexió i la compressió.

II. El tub amb el mateix perfil que l'actual, però més prim, no és una

bona substitució de l'actual ja que previsiblement poden aparèixer problemes de ressonància.

III. El tub amb perfil més circular i més curt que l'actual pot ésser millor que el que hi ha actualment. Caldria suavitzar el colze d'unió amb el tub que està encastat a la carcassa per tal de fer més petites les deformacions en aquest element.

IV. Cal provar nous dissenys per tal de trobar el que sigui més adequat per al compressor.

AGRAÏMENTS

La realització d'aquesta Tesina ha estat possible gràcies a l'ajut i col·laboració de tot l'equip de persones del Laboratori de Mecànica i Vibracions de l'E.T.S.E.I.B. A tots ells he d'expressar el meu agraïment. En especial:

Al director de la Tesina, Salvador Cardona i Foix, que amb el seu suport moral i científic, ha estat indispensable per a la realització de la meua tasca.

Al director del Departament, Joaquim Agulló i Batlle, pels seus consells científics i la revisió de la memòria.

REFERÈNCIES

1. CARDONA, S., VIVANCOS, J.: "Transmisión de vibraciones a lo largo del tubo de compresión de un compresor hermético". *Congrés Nacional d'Enginyeria Mecànica*. Madrid 1985.
2. Referència 1, pp.4.
3. PRZYMIENIECKI, J.S.: "Theory of matrix structural analysis". Macgraw-Hill 1968. pp. (10-50, 71-80).
4. Referència 3, pp. 288, 295.
5. AGULLÓ, J.: "Vibraciones". E.T.S.E.I.B. 1972
6. VAN SANTEN, G.W.: "Mechanical vibration". Philips technical Library 1953. pp. 30-33.

BIBLIOGRAFIA

CARDONA, S., VIVANCOS, J.: "Transmisión de vibraciones a lo largo del tubo de compresión de un compresor hermético". *Congrés Nacional d'Enginyeria Mecànica*. Madrid 1985.

PRZYMIENIECKI, J.S.: "Theory of matrix structural analysis". Macgraw-Hill, 1968.

ROCKEY, K.C., EVANS, H.R.: "The finite element method". Crosby Lockwood Staples 1975.

DURANT, E.: "Solutions numériques des équations algébriques tome II". Masso & Cie. 1961.

VAN SATEN, G.W.: "Mechanical Vibration". Philips Technical Library 1953.

ZIENKIEWICZ: "The Finite Element Method in structural and continuum Mechanics". Macgraw-Hill 1968.

PIPES, L.A., HOVANESSIAN, S.A.: "Matrix Computer Methods in Engineering". Wiley 1969.